

MATEMATICA DISCRETA 2

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

A.A.: 2014/15

27 GENNAIO 2016

Innanzitutto si compilino i campi sottostanti

Totale	1	2	3	4	5

Cognome

Nome

Numero di Matricola

Poi si svolgono su foglio protocollo i seguenti esercizi e si risponde alla domanda di teoria. Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata. Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni. Non sono consentite attrezzature elettroniche di alcun tipo, incluse le calcolatrici tascabili e i telefoni cellulari, né libri, né appunti. Si consegni solo la bella copia, inserendo questo foglio all'interno.

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \geq 1$$

Esercizio 2. Determinare tutte le soluzioni (se esistono) del seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} x \equiv 28 \pmod{45} \\ x \equiv 46 \pmod{18} \end{cases}$$

Si determini, motivando la risposta, se esiste una soluzione divisibile per 16. [28]₉₀
[SI]

Esercizio 3. Sia $C := \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9\}$. Si calcoli la cardinalità degli insiemi X , Y e Z definiti ponendo:

X è l'insieme dei numeri naturali di cinque cifre, le cui cifre appartengono a C ; [7⁵]

$Y := \{n \in X \mid n \text{ è pari}\}$; [3 · 7⁴]

Z è l'insieme dei numeri naturali appartenenti a X , aventi almeno due cifre uguali. [7⁵ - $\frac{7!}{2}$]

Esercizio 4. Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d = (1, 1, 1, 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7) \quad d_2 = (0, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 6, 8)$$

è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo applicando il teorema dello score. [d₁ : SI, d₂ : NO]

Si dica inoltre se

i) esiste un tale grafo che sia connesso; [SI]

ii) esiste un tale grafo che sia sconnesso; [SI]

iii) esiste un tale grafo che sia Hamiltoniano. [NO]

Esercizio 5 (Domanda di teoria). *Si dimostri il teorema di esistenza e unicità del quoziente e del resto della divisione euclidea.*